

ETUDE DE LA STATIONNARITÉ DU CHAMP DE PRÉCIPITATION SUR LA CÔTE SÉNÉGALAISE

A. NZEUKOU⁽¹⁾, H. SAUVAGEOT⁽²⁾, F. KEBE⁽³⁾, D. BADIANE⁽³⁾
et S.M. SALL⁽³⁾

*C Laboratoire des Etudes en Sciences Atmosphériques par Télédétection, Université de Dschang, IUT FV, BP 134
Bandjoun, Cameroun, nzeukou@ifrance.com*

*^{1,2,3} Laboratoire d'Aérodynamique, Université de Toulouse III
Laboratoire de Physique de l'Atmosphère Siméon Fongang, UCAD, ESP, BP 5085 Dakar, Sénégal*

Résumé

Nous avons étudié les caractéristiques de la structure du champ de pluie à partir des données du radar météorologique de Dakar-Yoff (Sénégal). Nous avons utilisé la méthode d'ajustement probabiliste (MAP) modifiée pour étalonner les données radar. Cette méthode nous a permis d'établir les coefficients qui caractérisent la relation Z-R en fonction de la distance par rapport au radar.

Pour caractériser les précipitations, nous avons utilisé l'intensité de pluie moyenne annuelle (μ_R) et l'écart-type moyen annuel (σ_R) de l'intensité de pluie R . Nous avons montré que les paramètres μ_R et σ_R sont chacun très homogènes dans notre zone d'étude réduite à une échelle locale. En intégrant les paramètres μ_R et σ_R dans l'espace, nous trouvons des résultats identiques à ceux de l'intégration par rapport au temps. Nous avons montré que la distribution de la densité de probabilité de l'intensité de pluie, caractérisée par les paramètres μ_R et σ_R , peut être représentée par une fonction log-normale. On montre que le champ de précipitation est stationnaire dans l'espace et dans le temps.

Abstract

We study the structural features of the field of rain starting from the data of the weather radar of DakarYoff (Senegal). We use the probability matching method modified to calibrate the radar. This method allows us to derive coefficients which characterize the Z-R relation according to the distance to the radar. To characterize precipitations, we use the intensity of annual average rain (μ_R) and the annual average standard deviation (σ_R) of the intensity of rain R . We show that both parameters μ_R and σ_R are very homogeneous in our area of study reduced to a local scale. By integrating the parameters μ_R and σ_R in space, we find results identical to those obtained by time-integration. We show that the distribution of the probability density of the intensity of rain, characterized by parameters μ_R and σ_R , can be represented by a log-normal function. We show that the fields of precipitation are stationary both in space and time.

Mots-clés : radar météorologique, ergodicité du champ de précipitation, méthode d'ajustement probabiliste.

Key words : meteorological radar, ergodicity, probability matching method

Introduction

Les radars météorologiques permettent d'observer la distribution de l'intensité de pluie avec une très bonne résolution spatio-temporelle. L'estimation de la précipitation, à partir des données radar, est faite avec une précision d'environ $\pm 30\%$ (Joss et Waldvogel, 1967). Pour améliorer cette précision, on associe aux données radar des mesures effectuées en quelques points au sol à l'aide d'instruments tels que pluviomètres, pluviographes et disdromètres. Les radars côtiers effectuent les mesures sur mer et sur terre dans les mêmes conditions et permettent ainsi de faire des comparaisons mer-terre précises puisque pour une telle comparaison, on utilise la précision relative au sein des mêmes distributions.

1. Zone d'étude

La zone (**figure 1a, 1b**) située à l'Est de la région de Dakar est plate sur une distance de plus de 500km (altitude au-dessous de 200m). Les lignes de côte forment un angle d'environ 120° à l'Ouest de Dakar.

Le radar est localisé à l'aéroport de Dakar-Yoff (14°34'N, 17°29'W, altitude 30m). Les caractéristiques techniques du radar et celles des données collectées sont indiquées dans les **tableaux 1 et**

2. Le radar de Dakar est un radar opérationnel affecté aux observations de l'ONM (Office National de la Météorologie) et de l'ASECNA (Agence pour la Sécurité de la Navigation Aérienne) ; toutefois, il est activé seulement durant la saison des pluies. L'acquisition des données a été assurée par l'équipe du Laboratoire de Physique de l'Atmosphère Siméon Fongang de l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar, utilisant le système d'acquisition SANAGA (Système d'Acquisition Numérique pour l'Analyse des Grains Africains) (Sauvageot and Despaux, 1990).

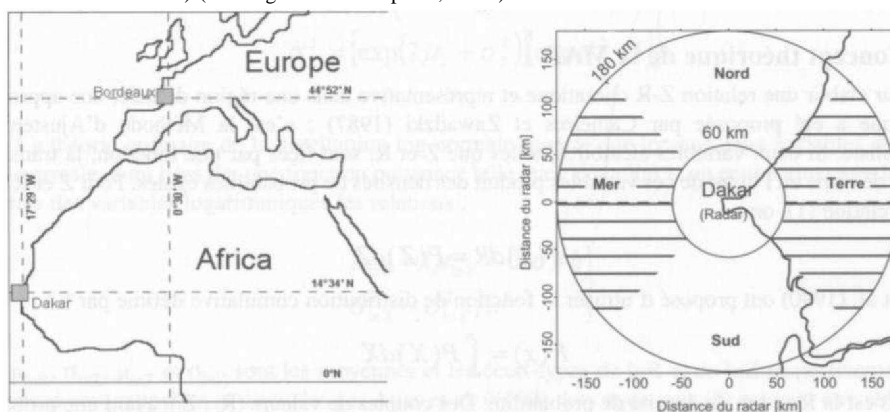


Figure 1.a : Localisation géographique de Dakar

Figure 1.b : Zone d'étude

Tableau 1 : Caractéristiques techniques du radar de Dakar.

Longueur d'onde (cm)	5.3
Puissance (kW)	250
Fréquence de répétition (Hz)	250
Durée d'impulsion (p.s)	3
Ouverture du faisceau (3 dB) (°)	1.3

Tableau 2 : Caractéristiques des données radar.

PPI signifie plan position indicator, (α est l'angle d'élévation, r est la distance radar-cible, et Z est le facteur de réflectivité radar.

Période d'observation	Jul-Oct 1993-99
Mode d'enregistrement	PPI, $\alpha = 0.8^\circ$
Nombre de PPI	7407
Période d'échantillonnage	entre 10 et 20 min
Taille du pixel	1 x 1 km ²
Nbre de pas de codage de Z	256

2. Méthode d'Ajustement Probabiliste (MAP)

L'estimation de l'intensité de pluie R, au moyen des radars météorologiques, est usuellement faite, à l'aide de la relation semi-empirique entre R et la réflectivité Z suivante :

$$Z = aR^b \quad (1)$$

où a et b sont les coefficients qui dépendent principalement des facteurs climatiques du lieu géographique de mesure.

Certaines erreurs instrumentales propres au radar étant prises en compte dans les coefficients a et b, il est recommandé de déterminer pour chaque radar, une relation Z-R lorsque l'étalonnage électrique du radar n'est pas parfait. On doit aussi tenir compte de la variabilité du profil vertical de réflectivité, lequel décroît en général avec l'altitude. La méthode d'étalonnage que nous avons choisie, dite Méthode d'Ajustement Probabiliste, prend en compte la variabilité du profil vertical de réflectivité.

2.1. Concept théorique de la MAP

Pour établir une relation Z-R climatique et représentative dans une région donnée, une approche statistique a été proposée par Calheiros et Zawadzki (1987) : c'est la Méthode d'Ajustement Probabiliste. Si deux variables aléatoires, telles que Z et R, sont liées par une fonction, la transformation de l'une en l'autre de ces variables produit des densités de probabilités égales. Pour Z et R liés par la relation (1), on a :

$$(2) \quad P(R)dR = P(Z)dZ$$

Atlas et al. (1990) ont proposé d'utiliser la fonction de distribution cumulative définie par :

$$F(x) = \int_0^x P(X)dX \quad (3)$$

où P(X) est la fonction de densité de probabilité. Des couples de valeurs ($R_i ; Z_i$), ayant une probabilité identique C_i , sont obtenus par l'expression :

$$C_i = \int_0^{R_i} P(R)dR = \int_0^{Z_i} P(Z)dZ \quad (4)$$

Après avoir déterminé les couples ($R_i ; Z_i$), pour $C_i = 10, 20, \dots, 90\%$, on déduit une relation Z-R en faisant une régression linéaire sur ($\log(R_i) ; \log(Z_i)$).

2.2. Estimations des coefficients d'étalonnage

La distribution de probabilité de l'intensité de pluie R est convenablement représentée par une distribution log-normale (Kedem et al., 1990; Atlas et al., 1990; Sauvageot, 1994). D'après les propriétés de la loi de distribution log-normale (Aitchison and Brown, 1966), si P(R) est log-normale, on peut, compte tenu de l'équation (1), déduire que P(Z) suit également la loi de distribution log-normale.

On dit qu'une variable aléatoire X suit une distribution log-normale lorsque la variable transformée $Y = \ln(X)$ suit une distribution normale. La distribution log-normale, que nous réécrivons avec le paramètre X (pour clarification de ce qui suit) sous la forme :

$$P(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi X\sigma_Y}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln X - \mu_Y}{\sigma_Y} \right)^2 \right] \quad (5)$$

dépend de deux paramètres μ_Y et σ_Y qui sont la moyenne et l'écart-type de $\ln X$. Si l'on désigne par μ_X et σ_X la moyenne et l'écart-type de X , on a entre ces paramètres les relations :

$$\left. \begin{aligned} \mu_Y &= \ln \mu_X - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} \right) \\ \sigma_Y^2 &= \ln \left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

et réciproquement :

$$\left. \begin{aligned} \mu_X &= \exp \left(\mu_Y + \frac{\sigma_Y^2}{2} \right) \\ \sigma_X^2 &= \left[\exp(2\mu_Y + \sigma_Y^2) \right] \left[\exp \sigma_Y^2 - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

La théorie ordinaire de la distribution log-normale montre que lorsque deux variables aléatoires log-normales sont liées par une fonction puissance telle que l'équation 1, on peut écrire entre les paramètres des variables logarithmiques les relations :

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\ln R} &= (\mu_{\ln Z} - \ln a) / b \\ \sigma_{\ln R}^2 &= \sigma_{\ln Z}^2 / b^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

où $\mu_{\ln R}$, $\sigma_{\ln R}$, $\mu_{\ln Z}$ et $\sigma_{\ln Z}$ sont respectivement les moyennes et les écarts-types de $\ln R$ et de $\ln Z$ respectivement. Ces relations sont rappelées et discutées par Atlas et al. (1990). Les équations (8) peuvent être réécrites:

$$\left. \begin{aligned} \ln a &= \mu_{\ln Z} - b \mu_{\ln R} \\ b &= \sigma_{\ln Z} / \sigma_{\ln R} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Pour appliquer cette MAP modifiée, on utilise comme référence, pour l'ajustement probabiliste, la distribution $P(R)$ climatologiquement représentative, déterminée à partir de pluviogrammes à intensité ou disdromètres. On peut simplifier les équations les équations (9) avec la relation :

$$\sigma_R^2 = 5 \mu_R^2 \quad (10)$$

qui a été établie par Sauvageot (1994) avec un coefficient de corrélation de 0.99. En portant l'équation (10) dans (8) on trouve que :

$$\sigma_{\ln R}^2 = \ln 6 \approx 1,8 \quad (H)$$

Avec les équations (10) ou (11), les relations (9) peuvent être réécrites

$$\left. \begin{aligned} \ln a &= \mu_{\ln Z} - 0,75 \mu_{\ln R} \sigma_{\ln Z} \\ b &= 0,75 \sigma_{\ln Z} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Les équations (12) montrent que si l'on connaît la valeur climatologique de $\mu_{\ln R}$, il suffit de déterminer $\mu_{\ln Z}$ et $\sigma_{\ln Z}$ à partir des observations radar pour calculer les valeurs ajustées de a et b .

Les instruments de mesure utilisés, que sont le radar et le disdromètre, n'étant pas infiniment sensibles, ils ne permettent pas d'obtenir directement les paramètres u_{lnZ} et $r_{j_{lnZ}}$; on devra tenir compte de la troncature de l'échantillon de données du côté des faibles valeurs.

2.3. Estimation des paramètres u_{lnZ} et σ_{lnZ} sur une distribution tronquée

Lorsque l'on établit une statistique $P(Z)$ à partir des pixels radar, on est confronté à un problème de troncature à gauche de la distribution observée. La méthode de correction de cette troncature, basée sur la méthode du maximum de vraisemblance, est discutée par Aitchison and Brown (1966); Crow and Shimizu (1988); Cohen (1959); Cohen (1991) et Hong et al. (1997). On montre que l'on peut

$$\mu_{lnZ} = m - \theta(\alpha)[m - v] \quad (13)$$

$$\sigma_{lnZ}^2 = s^2 - \theta(\alpha)[m - v]^2 \quad (14)$$

où $v = \ln(Z_{min})$ est le seuil de troncature, m et s^2 désignant respectivement la moyenne et la variance estimées de la variable $\ln(Z)$ telles que :

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln Z_i \quad (15)$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\ln Z_i - m]^2 \quad (16)$$

Les valeurs de la fonction auxiliaire $\theta(\alpha)$ ont été tabulées par Cohen (1959).

2.4. Application de la MAP aux données radars de Dakar

La MAP modifiée nous permet de calculer très simplement les coefficients "a" et "b" de la relation Z-R (1) uniquement à partir des paramètres u_{lnR} , u_{lnZ} (équation 12). La particularité de notre zone d'étude est d'être une zone côtière : cela nous conduit à étudier de façon distincte la variation des paramètres u_{lnR} , u_{lnZ} et $r_{j_{lnZ}}$ dans les zones terrestre et océanique.

Sur les figures 2 et 3, nous avons représenté l'évolution des paramètres u_{lnZ} et σ_{lnZ} en fonction de la distance r par rapport au radar. Compte tenu de la présence des échos de sol, seules les valeurs contenues dans les pixels situés à des distances au moins supérieures à 60 km du radar ont été retenues. Nous constatons que les paramètres u_{lnZ} et $r_{j_{lnZ}}$ sont influencés par la distance.

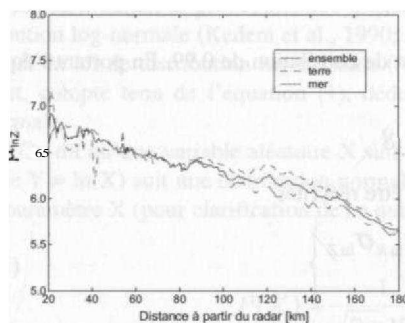


Figure 2. : Comparaison des variations du paramètre u_{lnZ} en fonction de la distance sur terre, sur mer et pour l'ensemble terre-mer sans distinction.

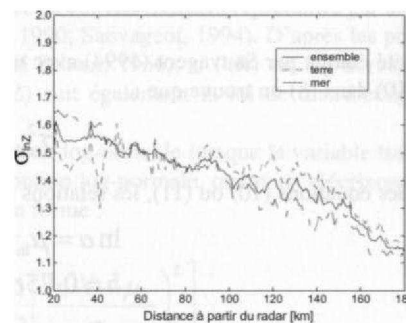


Figure 3. : Comparaison des variations du paramètre σ_{lnZ} en fonction de la distance sur terre, sur mer et pour l'ensemble terre-mer sans distinction.

A partir des mesures d'intensités de pluie R , effectuées à l'aide de disdromètres, on montre que les distributions de probabilité $P(R)$ sont convenablement paramétrisées par la distribution log-normale. Ce qui veut dire que pour l'ensemble des valeurs des intensités de pluie observées, nous avons uniquement besoin de deux paramètres $u_{\ln R}$ et $\sigma_{\ln R}$ représentant respectivement la moyenne et l'écart-type de la variable $\ln R$. D'après Sauvageot (1994), compte tenu de la relation linéaire existante entre la moyenne et l'écart-type de R , le paramètre $\sigma_{\ln R}$ est constant quelle que soit la latitude à laquelle on se trouve. Par conséquent, seul le paramètre $u_{\ln R}$ est à déterminer avec les équations 6 et 10. La valeur de $u_{\ln R}$ trouvée est :

$$P-L,R = 0,73 \quad (17)$$

Cette valeur a été déterminée dans la zone terrestre. Toutefois, nous allons supposer qu'elle est également représentative dans l'ensemble de la zone côtière, ceci parce que les paramètres $u_{\ln Z}$ et $\sigma_{\ln Z}$ ont des valeurs presque identiques dans la zone terrestre et océanique (figures 2 et 3).

Les diverses expressions des coefficients d'étalonnage " a " et " b " de la relation Z-R (équation 1) ont été regroupées dans le **tableau 3**.

Tableau 3 : Coefficients de la relation Z-R obtenus à partir de la Méthode d'Ajustement Probabiliste et utilisés pour obtenir les champs d'intensité de pluie. Ici, r est la distance radar-cible (km).

Coefficient linéaire $a = 383e - 0.0043 r$
Coefficient exponentiel $b = 1.24 - 0.0017 r$

3. Stationnante du champ de précipitation 3.1.

Fonction de densité de probabilité P(R)

La fonction de densité de probabilité P(R) pour l'intensité de pluie $R > 0$, est présentée sur la figure 4. Ces courbes montrent que, pour toutes les valeurs de R plus grandes que le mode de P(R), la fréquence est plus faible sur la mer que sur la terre; c'est bien sur l'inverse pour les valeurs plus faibles que le mode. Tout cela suggère l'existence d'une convection légèrement plus homogène sur la mer. Les distributions P(R) du nord et du sud coïncident presque exactement malgré le fort gradient de la hauteur de pluie H.

La figure 4 montre que P(R) est compatible avec une distribution log-normale, comme généralement accepté (Atlas et al., 1990; Kedem et al., 1990 et Sauvageot, 1994). La figure 4 montre aussi la troncature à gauche de la distribution observée, qui correspond à l'intensité minimale de pluie détectable par radar. Le **tableau 4** donne les valeurs de la moyenne et de l'écart-type de R calculées directement sur les observations (notées $\langle R \rangle$ et $\langle o_{uR} \rangle$ où l'indice U vaut pour non corrigé) et les valeurs corrigées de la troncature (notées $\langle u_R \rangle$ et $\langle o_R \rangle$). Les valeurs corrigées sont seulement de 14% inférieures à celles observées dans les quatre zones délimitées.

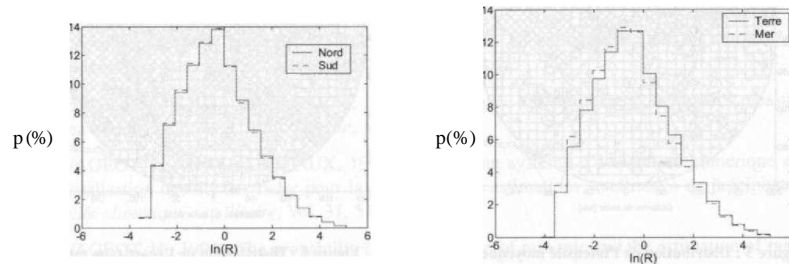


Figure 4. : Distribution de la densité de probabilité de l'intensité de pluie.

Tableau 4 : Valeurs moyennes des paramètres de précipitation observées dans les quatre domaines suivants : mer, terre, nord et sud comme indiqués sur la figure 1.

	$\langle R \rangle$ (mmh ⁻¹)	$\langle C \rangle_{UR}$ (mmh ⁻¹)	$\langle I R \rangle$ (mmh ⁻¹)	$\langle C_{7R} \rangle$ (mmh ⁻¹)
Mer	5.58	10.36	4.80	11.61
Terre	6.02	10.85	5.35	11.88
Nord	6.06	10.61	5.18	11.41
Sud	5.98	10.57	5.03	11.33

Le symbole $\langle \rangle$ indique la moyenne dans un domaine. Les paramètres moyennes dans les domaines sont R : intensité de pluie observée sans correction de la troncature, $r_{j_{UR}}$: écart-type de R sans correction de la troncature, u_{R} : intensité moyenne de pluie corrigée, et $r_{j_{R}}$: écart-type corrigé de R .

L'intensité moyenne de pluie $\langle u_{R} \rangle$ pour les quatre zones est en moyenne de 5.09 mm.h⁻¹. Cette valeur est parfaitement compatible avec la valeur de $\langle u_{R} \rangle$ trouvée en Afrique Sahélienne (5.14 mm.h⁻¹) par Sauvageot (1994). La dispersion des valeurs de $\langle u_{R} \rangle$ dans le tableau 4 est aussi plutôt petite.

3.2. Distribution des paramètres de P(R)

La distribution de l'intensité de pluie moyenne corrigée $P(R)$ est présentée sur la figure 5. Les moyennes de $P(R)$ sont 4,80 et 5,35 mm.h⁻¹ pour la mer et la terre respectivement. Les valeurs du nord et sud sont de 5,18 et 5,03 mm.h⁻¹ respectivement. La moyenne globale est de 5,09 mm.h⁻¹. Dans l'ensemble, on observe que u_{R} est presque constant avec des valeurs légèrement plus faibles sur l'océan.

Dans le quart nord-ouest, sur la mer, de fortes valeurs de u_{R} , supérieures à 10 mm.h⁻¹, sont observées. Un examen attentif des données montre que ces fortes valeurs de u_{R} sont associées à un petit nombre d'événements dans lesquels, contrairement à ce qui est observé dans la plupart des cas, les lignes de grains ne se désagrègent pas au-dessus de la mer mais se renforcent, sans doute sous l'effet d'un processus de cyclogénèse.

La distribution de l'écart-type de R corrigé $r_{j_{R}}$ est présentée sur la figure 6 et les valeurs moyennes de $\langle r_{j_{R}} \rangle$ sont données dans le tableau 4. Sur la distribution de $r_{j_{R}}$, il apparaît que $r_{j_{R}}$ est légèrement plus faible sur mer que terre, avec une différence d'environ 3%. Il n'y pas de différence entre le nord et le sud. La stabilité de $\langle u_{R} \rangle$ et $\langle r_{j_{R}} \rangle$ dans l'espace et dans le temps nous conduit à affirmer que le champ de précipitation est stationnaire.

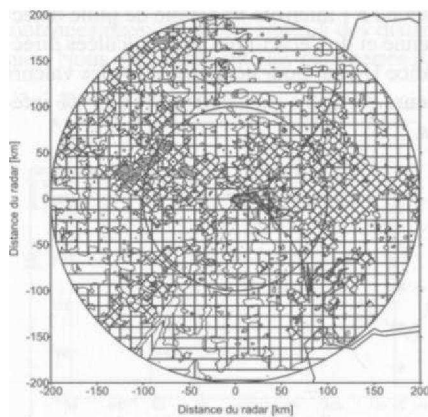


Figure 5 : Distribution de l'intensité moyenne annuelle de pluie.

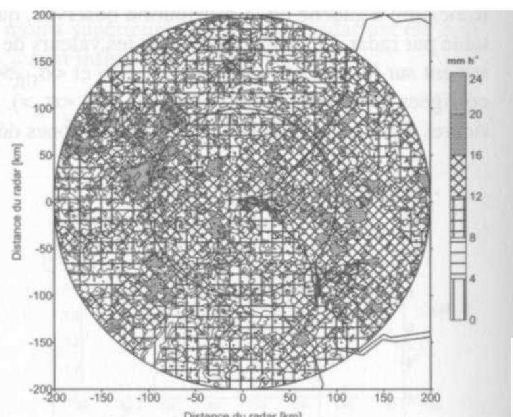


Figure 6 : Distribution de l'écart-type moyen annuel de l'intensité de pluie.

Conclusion

Nous avons utilisé la méthode d'ajustement probabiliste modifiée pour étalonner les données radar. Pour caractériser les précipitations, nous avons utilisé l'intensité moyenne de pluie (u_k) et l'écart-type sur l'intensité de pluie (σ_k). Nous avons montré que u_k est supérieure de 11% sur la terre par rapport à la mer. Ce résultat est compatible avec une convection moins vigoureuse sur mer que terre. Les valeurs maximales de u_k observées sur la mer sont inférieures à celles observées sur la terre. L'écart-type de l'intensité de pluie est aussi très homogène.

La distribution de la densité de probabilité de l'intensité de pluie est bien représentée par une fonction log-normale, laquelle est déterminée par deux paramètres, la moyenne u_k et l'écart-type σ_k . La stabilité de u_k et σ_k à travers les champs de précipitation laisse supposer la même stabilité pour la distribution de la fonction de densité de probabilité $P(R)$. On montre que les champs de précipitation étudiés sont stationnaires dans l'espace et le temps. Cette propriété n'a jamais été discutée auparavant. Cette propriété justifie la validité de $P(R)$ comme paramètre caractéristique représentatif du champ de précipitation.

Remerciements

Les auteurs sont reconnaissants envers tous ceux qui ont contribué à la collecte des données utilisées dans cette étude, particulièrement l'équipe du Laboratoire de Physique de l'Atmosphère Siméon Fongang de Dakar au Sénégal.

Bibliographie

- AITCHISON, J., and J. A. C. BROWN, 1966 : *The lognormal distribution*, Cambridge University Press.
- ATLAS, D., D. ROSENFELD, and D. A. SHORT, 1990 : The estimation of convective rainfall by area integrals, 1, the theoretical and empirical basis, *J. Geophys. Res.*, Vol. 95, 2153-2160.
- CALHEIROS, R. V., and I. ZAWADZKI, 1987 : Reflectivity-rain rate relationships for radar hydrology in Brazil. *J. Clim. Appl. Meteor.*, 26, 118-132.
- C OHEN, A. C., 1959 : Simplified estimators for the normal distribution when samples are singly censored or truncated, *Technometrics*, Vol. 1, 217-237.
- COHEN, A. C., 1991 : *Truncated and censored samples : theory and applications*, Marcel Dekker ed..
- CROW, E. L. and K. SHIMIZU, 1988 : *Lognormal distributions*. Marcel Dekker edition.
- HONG, Y, T. T. WILHEIT, and A. G. PIERSOL, 1987 : Estimation of monthly rainfall over oceans from truncated rain-rate samples: application to SSM/I data. *J. Atmos. and Ocea. Techn.*, vol. 14, 1012-1022.
- JOSS, J., and A. WALDVOGEL, 1967 : Ein Spektrograph für Niederschlagstropfen mit automatischer Auswertung. *Pure Appl. Geophys.*, 68, 240-246.
- KEDEM, B., L. S. CHIU, and Z. KARNI, 1990 : An analysis of the threshold method for measuring area-average rainfall, *J. Appl. Meteor.*, Vol. 29, 3-20.
- SAUVAGEOT, H., and G. DESPAUX, 1990 : Sanaga, un système d'acquisition numérique et de visualisation des données radar pour la validation des estimations satellitaires de précipitations, *Veille climatique satellitaire*, Vol. 31, 51-55.
- SAUVAGEOT, H., 1994 : The probability density function of rain rate and the estimation of rainfall by area integrals, *J. Appl. Meteor.*, Vol. 33, 1255-1262.